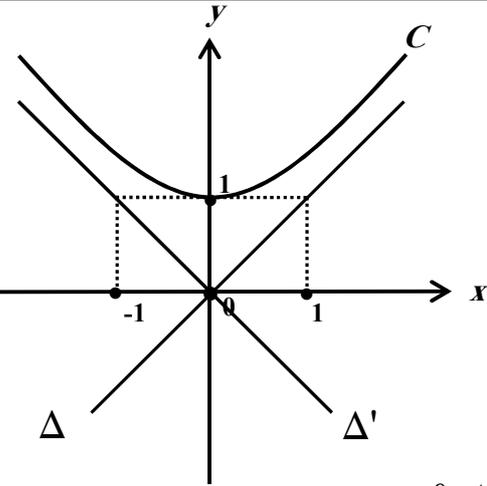


أولاً: أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية: (٤٠ درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: في الشكل المجاور C خط بياني لتابع f

والمستقيمان Δ و Δ' مقاربتين لـ C

١. أوجد مجموعة تعريف التابع f و مجموعة قيم f

٢. هل f فردي أم زوجي؟ ولماذا؟

٣. اكتب معادلة كل من Δ و Δ' .

٤. إذا علمت أن $f(x) = \sqrt{x^2 + a}$ فما قيمة a .

السؤال الثاني: التابع f معرف على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$ من أجل $x \neq 0$
 $f(0) = 0$

ادرس قابلية اشتقاق f عند $x = 0$.

السؤال الثالث: ليكن العدد العقدي $A = \frac{1-i}{1+i} z$ ($z \neq i$) فإذا علمت أن $|z| = 1$ ، فبرهن أن A تخيلي بحت.

السؤال الرابع: في معلم متجانس، لدينا النقط:

$$D(5, -4, 10), C(3, 0, 5), B(2, 4, 2), A(1, 0, 1)$$

١. أثبت أن النقط A, B, C تعين مستوى P

٢. أثبت أن الأشعة $\overline{AD}, \overline{AC}, \overline{AB}$ مرتبطة خطياً. ماذا تستنتج؟

(٦٠ درجة لكل سؤال)

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني لتابع f معرف على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ وفق العلاقة: $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x-1}$

١. أوجد نهاية f عند أطراف مجالات التعريف، و استنتج كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط C .

٢. اكتب التابع f وفق الصيغة $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ ، ثم استنتج وجود مستقيم مقارب مائل لـ C ، و ادرس وضع C بالنسبة له.

التمرين الثاني: بفرض التابع f المعرف على المجال $[3, +\infty[$ وفق: $f(x) = \sqrt{x-3}$ خطه C ، و المطلوب:

١. احسب: $f(4)$ و $f'(4)$ ، ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3}-1}{x-4}$

٢. اكتب معادلة مماس C الموازي للمستقيم $\Delta: x-2y=0$.

التمرين الثالث: ليكن $z_1 = -3e^{\frac{\pi}{3}i}$ ، $z_2 = 2-2i$ ، و المطلوب:

١. اكتب $z_1, z_2, z_1 \cdot z_2$ بالشكل الأسّي.

٢. اكتب $z_1 \cdot z_2$ بالشكل الجبري، ثم استنتج $\cos \frac{5\pi}{12}$ ، $\sin \frac{5\pi}{12}$.

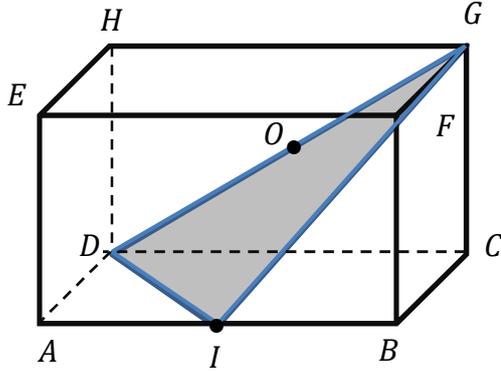
التمرين الرابع: ليكن العدد العقدي $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، و المطلوب:

- ① اكتب z بالشكل الأسّي و برهن أن z^6 حقيقي تماماً.
- ② اكتب العدد z^{2019} بالشكل الجبري و برهن أن : $z + z^{2020} = 0$.
- ③ أثبت أن : $\frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z^3} + \frac{1}{z^4} + \frac{1}{z^5} = -1$.

(١٠٠ درجة لكل مسألة)

ثالثاً: حل كل من المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى:



$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه :

$$AB = 2 , BC = CG = 1$$

النقطة I منتصف $[AB]$ و النقطة O منتصف $[DG]$

نتأمل المعلم المتجانس: $(A ; \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AE})$ و المطلوب:

- ① احسب احداثيات رؤوس متوازي المستطيلات و احداثيات النقطة O ، و احداثيات النقطة J نظيرة النقطة B بالنسبة لـ O .
- ② عيّن النقطة Q إذا علمت أنّ $\overline{AQ} = \overline{BC} - \overline{HD} + \overline{HG}$.
- ③ أوجد معادلة المستوي المحوري لـ $[IO]$ ، هل تنتمي F إلى هذا المستوي؟ ولماذا؟
- ④ احسب حجم الهرم $G.C.B.I$.
- ⑤ ما نوع المثلث $D.I.G$ ؟ مع التعليل.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني لتابع f معرف على : $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ وفق : $f(x) = \tan x$

- ① أثبت أن f تابع فردي
- ② أدرس تغيرات f على $[0, \frac{\pi}{2}]$ ، و استنتج معادلة مقارب شاقولي لـ C .
- ③ ارسم كل مقارب للخط C ، ثم ارسم C .
- ④ أوجد قيمة تقريبية للعدد $f(0.1)$.
- ⑤ أوجد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2 - x}$

❖ انتهت الأسئلة ❖